

אוניברסיטת אריאל בשומרון

תאריך: 29.07.2019 שעה 13:00

פקולטה: מדעי החברה

מחלקה: כלכלה ומנהל עסקים

מבחן במתמטיקה לכלכלנים ב'

מספר הקורס: 1,2,3 – 3012110

תשע"ט סמסטר ב' מועד ב'

זמן: שעתיים וחצי.

חומר עזר: מחשבון ודף נוסחאות מצורף.

פתור 5 מתוך 6 השאלות הבאות (לכל שאלה 22 נקודות):

חובה להוסיף בתחילת מחברת הבחינה טבלה הבאה:

מספר שאלה	לבדיקה:
1	כן / לא
2	כן / לא
3	כן / לא
4	כן / לא
5	כן / לא
6	כן / לא

ולציין בה את מספרי השאלות שנבחרו. אם לא יסומנו מספרי השאלות לבדיקה (השאלות שנבחרו) 5 שאלות הראשונות לפי סדר הופעתן במחברת הבחינה תיבדקנה .

המבחן מנוסח בלשון זכר מטעמי נוחות בלבד והוא פונה לשני המינים

מהצחה!

שאלה מספר 1.

חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{x}{\sqrt{x+1}+1} dx \quad \text{ב. } \int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{e^x - e^{\frac{x}{2}}} \cdot dx$$

שאלה מספר 2.

מצא את הנקודות הקריטיות של הפונקציה הבאה ומיין אותן:

$$f(x, y) = x^3 y - 3xy + y^2$$

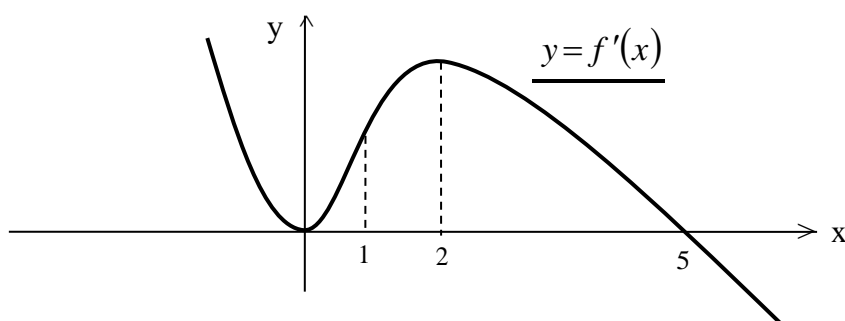
שאלה מספר 3.

מצא נקודות קיצון מוחלטות של הפונקציה $f(x, y) = x + xy + y$ בעיגול שמוגדר על ידי תנאי:

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

שאלה מספר 4.

בציור הבא נתון גרף הנגזרת $y = f'(x)$ של פונקציה כלשהי $y = f(x)$.



נתונים גם הדברים הבאים:

- $f'(x) = 0$ כאשר $x = 0, 5$.
- לפונקצית הנגזרת $y = f'(x)$ יש מינימום ב- $x = 0$ ומקסימום כאשר $x = 2$.
- פונקצית הנגזרת קמורה עבור $x < 1$ וקעורה עבור $x > 1$.
- $f(5) = 10$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה ואת שעורי ה- x בנקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה $y = f(x)$.

ב. מצא את תחומי הקמירות והקעירות ואת שעורי ה- x בנקודות הפיתול של $y = f(x)$.

ג. חשב את הגבולות $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ו- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, נמק!

ד. מצא כמה שורשים ישנם למשוואה $f(x) = -20$.

ה. קבע עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f'''(x) \cdot f''(x) \geq 0$.

שאלה מספר 5.

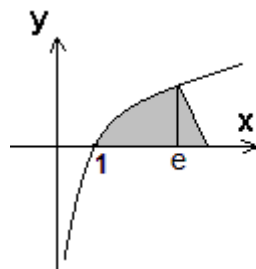
חשב את השטח S , הכלוא בין :

- גרף הפונקציה $y = \ln x$,

- ישר הנורמל לגרף הפונקציה בנקודה $(e, 1)$,

- ציר ה- x .

ראה ציור.



שאלה מספר 6.

הטיול יוצא לדרך רק אם נרשמים לטיול לפחות 30 איש. בטיול זה יכולים להשתתף לכל היותר 60 מטיילים. עלות הטיול לחברה עבור כל מטייל בקבוצה היא 30 ש.

כאשר יוצאים לטיול בדיוק 30 מטיילים, משלם כל מטייל בדיוק 150 ש לטיול. עם כל מטייל נוסף יורד מחיר הטיול ב- 3 ש (לכל אחד מהמטיילים).

מהו מספר המטיילים עבורו ההכנסה לחברת הטיולים מקסימלית? מהי הכנסה זו?

מהצחח!

דף נוסחאות

אלגברה

נוסחאות הכפל המקוצר ופירוק לגורמים:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{ממעלה שנייה}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{ממעלה שלישית}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{פתרונות המשוואה הריבועית:}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{פירוק טרינום:}$$

חזקות ושורשים:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

לוגריתמים:

$$a^b = x \Leftrightarrow \log_a x = b \quad \text{הגדרת הלוגריתם:}$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \quad a^{\log_a x} = x \quad \text{חוקי הלוגריתם:}$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x \quad \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_m x = \frac{\log_a x}{\log_a m} \quad \text{מעבר מבסיס לבסיס:}$$

נוסחאות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

כללי גזירה:

$$[f \pm g]' = f' \pm g' \quad [af]' = af' \quad [f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g' \quad \left[\frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$[f(g)]' = f'(g) \cdot g' \quad \text{נגזרת פונקציה מורכבת:}$$

נוסחאות גזירה:

$$\begin{aligned} (a)' &= 0 & (x^n)' &= nx^{n-1} & (a^x)' &= a^x \cdot \ln a \\ (e^x)' &= e^x & (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} & (\ln x)' &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

כללי אינטגרציה:

$$\begin{aligned} \int f(x) \pm g(x) dx &= \int f(x) dx \pm \int g(x) dx & \int a \cdot f(x) dx &= a \cdot \int f(x) dx \\ \int f(ax+b) dx &= \frac{F(ax+b)}{a} + c, \text{ אז } \int f(x) dx = F(x) + c & \text{ אם } \int f(x) dx = F(x) + c \end{aligned}$$

אינטגרלים מיידיים:

$$\begin{aligned} \int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1) & \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + c & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + c \\ \int e^x dx &= e^x + c \end{aligned}$$

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx \quad \text{אינטגרציה בחלקים:}$$

פונקציה בשני משתנים

מיון נקודות קריטיות:

$$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \quad \text{מציאת הנקודות הקריטיות: הנקודות הקריטיות הן הנקודות } (x_0, y_0) \text{ המקיימות את המערכת}$$

מיון הנקודות הקריטיות: בכל נקודה קריטית נחשב את הביטויים $A = f''_{xx}$, $B = f''_{xy}$, $C = f''_{yy}$ ו- $D = AC - B^2$. אם

$D < 0$ הנקודה הינה נקודת אוכף. אם $D > 0$ הנקודה הינה נקודת קיצון מקומית. מסוג מקסימום אם $A < 0$. מסוג מינימום אם $A > 0$.

מציאת נקודות קיצון מוחלטות בכפוף לאילוץ: $g(x, y) = 0$

נבנה את פונקציית לגרנז': $L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda g(x, y)$ ואז הנקודות החשודות הן הנקודות המקיימות את המערכת:

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

דף תוספות לדף הנוסחאות במתמטיקה לכלכלנים ב' (לבעלי אישור)

כפל מקוצר:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

לוגריתמים:

$$e^{\ln x} = x, \quad \log_a a^x = x, \quad \log_a x = \frac{\log_m x}{\log_m a} = \frac{\ln x}{\ln a}$$

גבולות:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

רציפות:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$$

נגזרות:

$$\left[(f(x)^\alpha) \right]' = \alpha (f(x))^{\alpha-1} \cdot f'(x), \quad \left[a^{f(x)} \right]' = a^{f(x)} \ln a \cdot f'(x)$$

$$\left[\ln(f(x)) \right]' = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$$

$$(f \cdot g \cdot h)' = f' \cdot g \cdot h + f \cdot g' \cdot h + f \cdot g \cdot h'$$

תחומי קעירות וקמירות:

$$f''(x) > 0 \Rightarrow \cup$$

$$f''(x) < 0 \Rightarrow \cap$$

אינטגרלים:

$$\int f' \cdot g = f \cdot g - \int g' \cdot f \quad \text{שיטת אינטגרציה בחלקים}$$

אינטגרלים:

$$\int \frac{1}{mx+n} dx = \frac{\ln|mx+n|}{m} + c \quad \alpha \neq -1, \int (mx+n)^\alpha dx = \frac{(mx+n)^{\alpha+1}}{m(\alpha+1)} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c \quad \int a^{mx+n} dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c$$