

המרכז האוניברסיטאי אריאל בשומרון

תאריך: 28.7.2011

פקולטה: מדעי החברה

מחלקה: כלכלה ומנהל עסקים

מבחן במתמטיקה לכלכלנים ב'

מרצים: ד"ר יהודה אשכנזי, גב' לנה דרפל, ד"ר יבגניה זוכובצקי וגב' ילנה יודובני.

מספר הקורס: 3011010

תשע"א סמסטר ב' מועד ב'

זמן: שעתיים וחצי.

חומר עזר: מחשבון ודף נוסחאות מצורף.

חלק א' (שאלות חובה) פתור את השאלות הבאות:

שאלה מספר 1. (20 נקודות)

פתור 2 מבין 3 האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{dx}{1+\sqrt{x}} \quad \text{ב. } \int \frac{\ln x}{x^2} dx \quad \text{ג. } \int \frac{x^2+2}{x^3-6x^2+9x} dx$$

שאלה מספר 2. (15 נקודות)

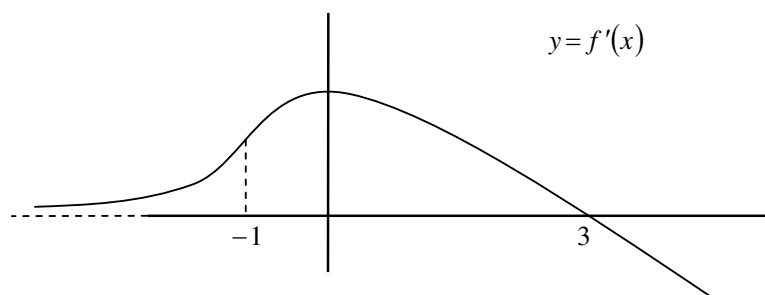
מצא את הנקודות הקריטיות של הפונקציה הבאה ומיין אותן: $f(x, y) = xy - x^2 - y^2 - 2x - 2y + 4$.

שאלה מספר 3. (15 נקודות)

מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $f(x, y) = 2 + 2x + 2y - x^2 - y^2$ במשולש ABO (כולל פנים המשולש), כאשר $A = (9, 0)$, $B = (0, 9)$ ו- $O = (0, 0)$.

שאלה מספר 4. (20 נקודות)

בציור הבא נתון גרף הנגזרת $y = f'(x)$ של פונקציה כלשהי $y = f(x)$.



נתונים גם הדברים הבאים:

- $f'(x) = 0$ כאשר $x = 3$ בלבד.
- לפונקצית הנגזרת $y = f'(x)$ יש מקסימום כאשר $x = 0$.
- פונקצית הנגזרת קמורה (צוחקת) עבור $x < -1$ וקעורה (בוכה) עבור $x > -1$.
- הישר $y = 0$ מהווה אסימפטוטה אופקית לפונקצית הנגזרת $y = f'(x)$ ב- $-\infty$.
- $f(3) = 10$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה ואת שעורי ה- x בנקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה $y = f(x)$.

ב. מצא את תחומי הקמירות והקעירות ואת שעורי ה- x בנקודות הפיתול של $y = f(x)$.

ג. אם ניתן לקבוע מהן הגבולות $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ו- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, קבע למה שווים גבולות אלו.

ד. קבע מהם שעורי ה- x של נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $y = f(x)$ בקטע הסגור $[-1, 2]$.

ציין מי מביניהן היא נקודת המקסימום ומי היא נקודת המינימום.

ה. קבע עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f'(x) \cdot f'''(x) \leq 0$.

חלק ב' בחר 2 מתוך 3 השאלות הבאות (15 נקודות לכל שאלה):

הערה חשובה: חובה לציין על שבי כפיכת מחברת בהחלפה את מספרי השאלות שנבחרו.

שאלה מספר 5.

חברה המייצרת ומוכרת קמח מצאה שאם היא מייצרת ומוכרת x ק"ג קמח ביום, הכנסתה היומית תעמוד על $\sqrt{(2x+3)^3}$ ש"ח והוצאתה היומית הכוללת תעמוד על $\frac{x^2}{2} + 4x + 4$ ש"ח. בהינתן שהחברה

יכולה לייצר לכל היותר 20 ק"ג קמח ביום מצא:

מהי כמות הקמח שעל החברה לייצר כדי לקבל את הרווח המקסימאלי? מהו רווח זה?

שאלה מספר 6.

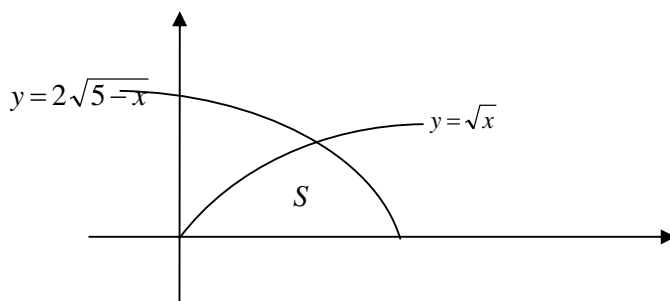
נתונה המשוואה הדיפרנציאלית $y'' + 2y' + y = 0$.

א. מצא פתרון כללי למשוואה.

ב. מצא פתרון פרטי למשוואה המקיים $y(0) = 2$ ו- $y(1) = \frac{3}{e}$.

שאלה מספר 7.

חשב את השטח S הכלוא בין גרף הפונקציה $y = \sqrt{x}$, ציר ה- x וגרף הפונקציה $y = 2\sqrt{5-x}$. (ראה ציור).



בהצלחה!