

המרכז האוניברסיטאי אריאל בשומרון

תאריך: 19.6.2008

פקולטה: מדעי החברה

מחלקה: כלכלה ומנהל עסקים

מבחן במתמטיקה לכלכלנים ב'

מרצים: פרופ' ישראל חזקלוביץ', ד"ר ניסים אלנתנוב וד"ר יהודה אשכנזי.

מספר הקורס: 3011010

תשס"ח סמסטר ב' מועד א'

זמן: שעתיים וחצי.

חומר עזר: מחשבון ודף נוסחאות מצורף.

חלק א' (שאלות חובה) פתור את השאלות הבאות:

שאלה מספר 1. (20 נקודות)

פתור שניים מבין 3 האינטגרלים הבאים:

$$\text{א. } \int \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} dx \quad \text{ב. } \int x \cdot (3x+1)^{10} dx \quad \text{ג. } \int \frac{10x+8}{x^2-4} dx$$

שאלה מספר 2. (15 נקודות)

מצא את הנקודות הקריטיות של הפונקציה הבאה ומיין אותן:

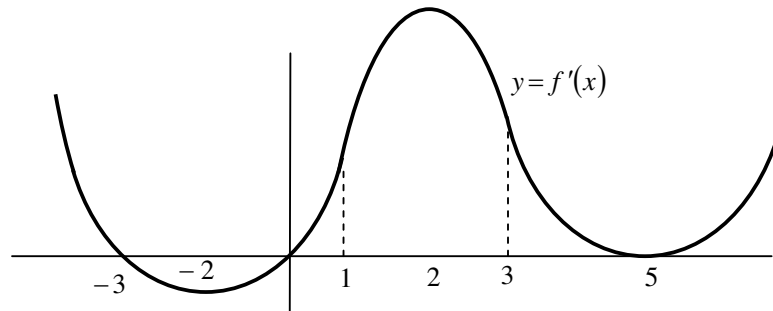
$$f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$$

שאלה מספר 3. (15 נקודות)

מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $f(x, y) = xy$ בעיגול $x^2 + y^2 \leq 8$.

שאלה מספר 4. (20 נקודות)

בציור הבא נתון גרף הנגזרת $y = f'(x)$ של פונקציה כלשהי $y = f(x)$.



נתונים גם הדברים הבאים:

- $f'(x) = 0$ כאשר $x = -3, 0, 5$.
- ציר ה- x משיק לגרף הנגזרת בנקודה בה $x = 5$.
- נקודות הקיצון המקומיות של פונקציית הנגזרת $y = f'(x)$ נמצאות ב- $x = -2$, $x = 2$ ו- $x = 5$.
- נקודות הפיתול של $y = f'(x)$ נמצאות ב- $x = 1$ ו- $x = 3$.
- $f(-3) = 0$, $f(2) = 8$.

- א. מצא את תחומי העלייה והירידה ואת שעורי ה- x בנקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה $y = f(x)$.
- ב. מצא את תחומי הקמירות והקעירות ואת שעורי ה- x בנקודות הפיתול של $y = f(x)$.
- ג. מצא כמה שורשים ישנם למשוואה $f(x) = 0$.
- ד. מצא עבור אילו ערכי x מתקבלים נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $y = f(x)$ בקטע הסגור $[-3, 2]$.
- ה. קבע עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f''(x) \leq 0$, נמק.

חלק ב' בחר 2 מתוך 3 השאלות הבאות (15 נקודות לכל שאלה):

שאלה מספר 5.

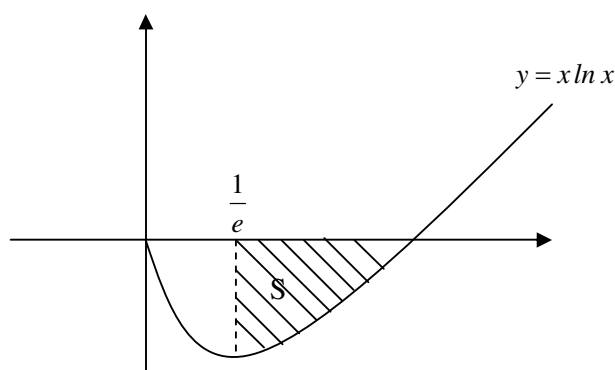
חברה לייצור קמח בדקה ומצאה שעלות הייצור של x טון קמח ביום היא $20 \cdot \sqrt{x^3} - \frac{1}{16} \cdot x^2 + 5000$ ש. החברה מוכרת את הקמח במחיר של 1000 ש לטון. מצא כמה טון של קמח על החברה לייצר ולמכור ביום כדי שהרווח שלה יהיה מקסימאלי, אם נתון שחברה זו יכולה לייצר לכל היותר 10,000 טון קמח ביום.

שאלה מספר 6.

מצא פתרון כללי של המשוואה $y' - y = e^x$. ומצא פתרון פרטי המקיים: $y(1) = 2e$.

שאלה מספר 7.

חשב את השטח S הכלוא בין גרף הפונקציה $y = x \ln x$, הישר $x = \frac{1}{e}$ וציר ה- x (ראה ציור)



בהצלחה!