

תאריך: 03.05.05
סמסטר ב' תשס"ה

בוחן אמצע הסמסטר ב"הסתברות וסטטיסטיקה" – 20019
המרצה: אלכסנדר קפלונובסקי

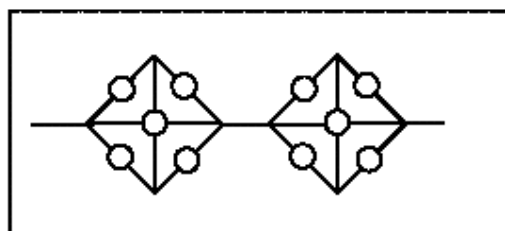
הוראות הבוחן:

1. משך המבחן 3 שעות
2. חומר עזר פתוח
3. עליך לפתור סה"כ 4 בעיות מתוך 6 בעיות. נא לרשום בראש המחברת אלו שאלות יש לבדוק.
4. הסבר ונמק את תשובותיך
5. משקל כל שאלה – 25 נקודות

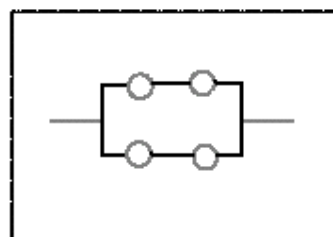
* * *

שאלה מס' 1

מעגל חשמלי המורכב מארבע יחידות (ראה/י ציור א') פועל בהסתברות 17/81. מהי ההסתברות שהמעגל המשוורטט בציור ב' יפעל? נא להניח כי כל היחידות פועלות ללא תלות בהסתברות זהה.



ציור ב'



ציור א'

שאלה מס' 2

בעל חנות למוצרי ספורט קונה כדורי טניס משלושה בתי חרושת בכמויות שונות. מבית חרושת א' הוא קונה פי-שלושה כדורים ממה שהוא קונה מבית חרושת ב' או מבית חרושת ג'. הכדורים משווקים באריזות זהות. הסיכוי שכדור שיוצר בבית חרושת א' יהיה פגום הוא 0.03, בבית חרושת ב' – 0.02 ובבית חרושת ג' – 0.04.

1. בעל החנות בוחר באקראי כדור אחד.
 - א. מהי ההסתברות שהכדור תקין?
 - ב. אם הכדור יצא תקין, מהי ההסתברות שהוא מאריזה של בית חרושת ב'?
2. בעל החנות בוחר באקראי שלושה כדורים.
 - א. נסמן ב- X את מספר הכדורים התקינים. מהי פונקציית ההסתברות של X ?

שאלה מס' 3

במכון רנטגן ההסתברות שצילום יצליח היא 0.6. אדם המגיע למכון לצורך צילום ממשיך להצטלם עד שהצילום יצליח.

- מהי ההסתברות שאדם המגיע לצילום יצטלם 4 פעמים?
- מהי ההסתברות שיצטלם יותר מפעמים?
- הצילום הראשון לא הצליח. מהי ההסתברות שבסך הכל יצטלם 3 פעמים?
- כמה פעמים בממוצע עליו להצטלם עד שהצילום יצליח?

שאלה מס' 4

מפעל לנורות משווק מספר שווה של חבילות המכילות נורה אחת, שתי נורות ושלוש נורות. נתון כי ההסתברות לנורה פגומה היא $1/10$. מהנדס ייצור בוחר באקראי חבילת נורות לשם בקורת איכות. יהי X – מספר הנורות בחבילה ו- Y – מספר הנורות הפגומות בחבילה.

- חשבו את פונקציית ההסתברות המשותפת של X ו- Y .
- חשבו את פונקציית ההסתברות השוליות עבור X ו- Y . וודאו כי הן אומנם פונקציות הסתברות.
- חשבו את השונות המשותפת $\text{cov}(X, Y)$, ואת מקדם המתאם $\rho(X, Y)$.

שאלה מס' 5

נתונה פונקציית צפיפות של משתנה מקרי רציף X :

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1 + ax, & -1 \leq x < 1/2 \\ b, & -1/2 \leq x < 1/2 \\ 1 - ax, & 1/2 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$$

עם פרמטרים a ו- b לא ידועים

- חשבו את התוחלת $E[X]$.
- מצאו את תחום ההגדרה של a ו- b .
- חשבו את a אם תבחרו ב- b הקטן ביותר מתחום הגדרתו.
- שרטטו את פונקציית הצפיפות $f_X(x)$ עבור a ו- b מסעיף ג'.
- חשבו ושרטטו את פונקציית ההתפלגות המצטברת $F_X(t)$.
- חשבו את השונות $\text{var}[X]$.
- חשבו את ההסתברות $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4}\right)$.

שאלה מס' 6

במבחני אינטליגנציה ידוע שהציון במבחן מפולג נורמלית עם תוחלת 100 ושונות 400. אדם ניגש למבחן.

- מהי ההסתברות שמנת המשכל שלו קטנה מ- 100?
- מהי ההסתברות שמנת המשכל שלו מעל 112?
- מהי ההסתברות שמנת המשכל שלו נמצאת בין 100 ל-140?
- ידוע שרק 10% מהאוכלוסייה מתקבלת לאוניברסיטה. מהי מנת המשכל המינימלית כדי להתקבל לאוניברסיטה?

בהצלחה !!