

דף נוסחאות

אלגברה

נוסחאות הכפל המקוצר ופירוק לגורמים:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{ממעלה שנייה}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{ממעלה שלישית}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{פתרונות המשוואה הריבועית:}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{פירוק טרינום:}$$

חזקות ושורשים:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

לוגריתמים:

$$a^b = x \Leftrightarrow \log_a x = b \quad \text{הגדרת הלוגריתם:}$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \quad a^{\log_a x} = x \quad \text{חוקי הלוגריתם:}$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x \quad \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_m x = \frac{\log_a x}{\log_a m} \quad \text{מעבר מבסיס לבסיס:}$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

כללי גזירה:

$$[f \pm g]' = f' \pm g' \quad [af]' = af' \quad [f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g' \quad \left[\frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$[f(g)]' = f'(g) \cdot g' \quad \text{נגזרת פונקציה מורכבת:}$$

נוסחאות גזירה:

$$\begin{aligned} (a)' &= 0 & (x^n)' &= nx^{n-1} & (a^x)' &= a^x \cdot \ln a \\ (e^x)' &= e^x & (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} & (\ln x)' &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

כללי אינטגרציה:

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \quad \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{F(ax+b)}{a} + c \quad \text{או} \quad \int f(x) dx = F(x) + c \quad \text{אם } \int f(x) dx = F(x) + c \quad \text{אינטגרל פונקציה המורכבת על פונקציה לינארית:}$$

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx \quad \text{אינטגרציה בחלקים:}$$

אינטגרלים מיידיים:

$$\begin{aligned} \int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1) & \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + c & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + c \\ \int e^x dx &= e^x + c \end{aligned}$$

פונקציה בשני משתנים

נקודות קיצון מקומיות בתחום פתוח:

$$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \quad \text{מציאת הנקודות הקריטיות: הנקודות הקריטיות הן הנקודות } (x_0, y_0) \text{ המקיימות את המערכת}$$

מיון הנקודות הקריטיות: בכל נקודה קריטית נחשב את הביטויים $A = f''_{xx}$, $B = f''_{xy}$, $C = f''_{yy}$ ו- $D = AC - B^2$. אם

$D < 0$ הנקודה הינה נקודת אוכף. אם $D > 0$ הנקודה הינה נקודת קיצון מקומית מסוג מקסימום אם $A < 0$ ומסוג מינימום אם $A > 0$.

נקודות קיצון מוחלטות בתחום סגור

1. מציאת נקודות המועמדות להיות קיצון, בחלק הפנימי של התחום.

2. מציאת נקודות המועמדות להיות קיצון, על שפת התחום.

במקרה הצורך נבנה את פונקצית לגרנז' $L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda \cdot g(x, y)$

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases} \quad \text{נפתור את מערכת}$$

3. בדיקת נקודות המועמדות